

Übungsaufgaben zur Vorlesung
Lineare Algebra für Informatiker
Sommersemester 2011

Blatt 6

Abgabe: In Ihrer Übungsgruppe am 25. bzw. 27. 05. 2011.

21. Untersuchen Sie, welche der folgenden Verknüpfungen Skalarprodukte zwischen Vektoren $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$ und $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)$ im Vektorraum \mathbb{R}^3 sind. Für die Skalarprodukte berechnen Sie die Norm von $\mathbf{v} = (1, 2, 3)$.
- (a) $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle = u_1 v_1 + u_3 v_3$
 - (b) $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle = u_1^2 v_1^2 + u_2^2 v_2^2 + u_3^2 v_3^2$
 - (c) $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle = u_1 v_1 + 2u_2 v_2 + 4u_3 v_3$
 - (d) $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle = u_1 v_1 - u_2 v_2$
 - (d) $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle = u_1 v_2 + u_2 v_3 + u_3 v_1$
22. Welche der folgenden Mengen sind orthogonal bezüglich des inneren euklidischen Produkts:
- (a) $\{(-1, 3, 2), (4, 2, -1)\}$
 - (b) $\{(-2, -2, -2), (1, 1, 1)\}$
 - (c) $\{(14, 61, -10), (0, 0, 0)\}$
 - (d) $\{(-4, 6, -10, 1), (2, 1, -2, 9)\}$
 - (e) $\{(0, 3, -2, 1), (5, 2, -1, 0)\}$
 - (f) $\{(x, y), (-y, x)\} \quad (x, y \in \mathbb{R})$
23. Wenden Sie das gram-schmidtsche Orthonormalisierungsverfahren auf die folgenden Basen an:
- (a) $\{(1, 1, 1), (1, 3, 3), (1, 3, 5)\}$
 - (b) $\{(1, 0, 0, 0), (1, 1, 0, 0), (1, 1, 1, 0), (1, 1, 1, 1)\}$
24. Bestimmen Sie mit der Methode der kleinsten Quadrate die Parabel, die möglichst gut die Punkte $(-1, 2)$, $(1, 1)$, $(2, 1)$, $(3, 0)$ und $(5, 3)$ approximiert.
25. Die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sei gegeben durch $f(x) = a \sin x + b \cos x$. Bestimmen Sie die Koeffizienten a und b mit der Methode der kleinsten Quadrate auf Grund der folgenden „Messwerte“: $f(0) = 0$; $f(1) = 1$; $f(2) = 2$; $f(3) = 1$.