Übungsaufgaben zur Vorlesung
Lineare Algebra für Informatiker
Sommersemester 2011

Blatt 5

***Abgabe**: In Ihrer Übungsgruppe am 18. bzw. 20. 05. 2011.*

15. Welche der Vektoren $\boldsymbol{a}_1 = (-3, -1, 15, 6)$, $\boldsymbol{a}_2 = (1, 0, -1, 0)$, $\boldsymbol{a}_3 = (1, 1, 1, 0)$ sind in der linearen Hülle von $\{\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2, \boldsymbol{b}_3\}$ mit $\boldsymbol{b}_1 = (-1, 3, 5, 2)$, $\boldsymbol{b}_2 = (2, -1, 0, 1)$, $\boldsymbol{b}_3 = (1, -8, 5, 3)$ enthalten?

16. Die $m \cdot n$-Matrizen A, B und C seien linear unabhängig.
Zeigen Sie:

(a) $m + n > 3$
(b) Die Matrizen $A+B$, $A+C$ und $B+C$ sind linear unabhängig.

17. $\boldsymbol{v}_1 = (1, -1, 2)$, $\boldsymbol{v}_2 = (-1, 0, 3)$, $\boldsymbol{v}_3 = (0, -1, 5)$, $\boldsymbol{v}_4 = (3, -2, 2)$.

(a) Spannen die vier Vektoren den $\mathbb{R}^3$ auf?
(b) Zeigen Sie: $\{\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \boldsymbol{v}_3, \boldsymbol{v}_4\}$ ist linear abhängig.
(c) Bestimmen Sie alle Teilmengen von $\{\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \boldsymbol{v}_3, \boldsymbol{v}_4\}$, die Basen des von $\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \boldsymbol{v}_3, \boldsymbol{v}_4$ aufgespannten Raums sind.

18. Welche der folgenden Matrizen sind nicht
als Linearkombinationen der anderen darstellbar?

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$$

19. Für welche $x \in \mathbb{R}$ gilt
$\dim(\{(3-x, -1, 0), (-1, 2-x, -1), (0, -1, 3-x)\}) = 2$

20. Es sei $U = \{(a, b, a+b, a-b) \mid a,b \in \mathbb{R}\}$.
(a) Zeigen Sie: $\dim(U) = 2$.
(b) Erweitern Sie die Menge $\{(2, 1, 3, 1)\}$ zu einer Basis für U.