

Blatt 10

37. Berechnen Sie die Inversionszahlen der folgenden in Zyklendarstellung gegebenen Permutationen:

- (a) $\{(1,2,4), (3,5)\}$
- (b) $\{(1,5), (2,4), (3,6)\}$
- (c) $\{(1,6), (2,5), (3,4)\}$

38. Die Permutationen σ_1 und σ_2 der Zahlen 1 bis 6 seien definiert durch die Zyklendarstellungen

$$\sigma_1 = \{(1,2,4), (3,5)\} \text{ und } \sigma_2 = \{(1,5), (2,4), (3,6)\}.$$

Berechnen sie die Permutationen, die entstehen, wenn σ_1 und σ_2 (in beiden Reihenfolgen) hintereinander ausgeführt werden und schreiben Sie diese wieder als Zyklendarstellungen.

39. Die *ISBN* (Internationale Standard-Buchnummer) war bis 2006 eine Zahl der Form $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8 a_9 a_{10}$. Dabei sind a_1 bis $a_9 \in \{0,1,\dots,9\}$ und $a_{10} \in \{0,1,2,\dots,10\}$. Die 10 wird als X dargestellt. Alle ISBN haben folgende Eigenschaft:

$$\sum_{i=1}^{10} i a_i \bmod 11 = 0$$

Zeigen Sie, dass diese Eigenschaft stets verloren geht, wenn

- (a) eine Ziffer der ISBN verfälscht wird oder
- (b) zwei beliebige Ziffern vertauscht werden (vorausgesetzt, die beiden Ziffern sind verschieden).

Seit 01. 01. 2007 ist die ISBN in das EAN-System integriert (13-stellig). Vgl.: <http://de.wikipedia.org/wiki/ISBN>

40. Bestimmen Sie die Nullstellen der Polynome

$$f(x) = x^2 + 3x + 2 \quad \in \mathbb{Z}_6[x]$$

$$g(x) = x^3 + 5x^2 + 2x + 6 \quad \in \mathbb{Z}_7[x]$$

$$h(x) = x^7 - x \quad \in \mathbb{Z}_7[x]$$

und schreiben Sie $g(x)$ und $h(x)$ als Produkt von Polynomen vom Grad 1.

41. (a) Dividieren Sie das Polynom $f(x) = 6x^4 + 5x^2 + 3x + 1$ durch $g(x) = 3x^2 + 4x + 2$ in $\mathbb{Z}_7[x]$.

(b) Berechnen Sie in $\mathbb{R}[x]$ mit dem euklidischen Algorithmus den größten gemeinsamen Teiler der Polynome $3x^3 + 10x^2 + 5x + 3$ und $5x^4 + 18x^3 + 11x^2 + 10x + 12$. (Vgl. Teschl: Satz 4.10)