

Blatt 9

34. Untersuchen Sie, welche der folgenden Mengen mit der angegebenen Verknüpfung eine Gruppe bilden. Wenn dies der Fall ist, geben Sie jeweils neutrale Element an und die Abbildung, die jedem Element sein Inverses zuordnet:

- (a) $\{-1, 1\}$ mit der Multiplikation. (d) $\{7 \cdot n \mid n \in \mathbb{Z}\}$ mit der Addition
(b) $\{-1, 0, 1\}$ mit der Addition. (e) \mathbb{R} mit der Subtraktion
(c) $\{1, -1, i, -i\}$ mit der Multiplikation (f) $\{a/2^n \mid a \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}\}$ mit der
(i sei die imaginäre Einheit). Addition

35. Auf der Menge $G = \mathbb{Q} \setminus \{-1\}$ sei die Verknüpfung \circ definiert durch $x \circ y = x + y + xy$. Zeigen Sie, dass (G, \circ) eine abelsche Gruppe ist.

36. Die Gruppe $G = (\{0,1,2,3\}, \circ)$ sei durch die folgende Verknüpfungstafel gegeben:

\circ	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	0	3	2
2	2	3	1	0
3	3	2	0	1

Ermitteln Sie, ob G zur zyklischen Gruppe \mathbb{Z}_4 oder zur Diedergruppe D_2 isomorph ist (vgl Folie 5.28).

Abgabe in Ihrer Übungsgruppe am 10./13./14. Januar 2010

Alles Gute für das neue Jahr!