

Blatt 5

17. (a) Für natürliche Zahlen n sei $Q_{10}(n)$ die Quersumme (Summe aller Ziffern) von n im Dezimalsystem. Beispiel: $Q_{10}(157) = 13$.
Zeigen Sie: Eine natürliche Zahl n ist durch drei teilbar $\Leftrightarrow Q_{10}(n)$ durch drei teilbar.
(b) Lässt sich die Aussage auf andere Teiler oder auf andere Stellenwertsysteme verallgemeinern?

18. Geben Sie zwei natürliche Zahlen a und b an, so dass der euklidische Algorithmus in der nebenstehenden Python-Formulierung sich bei der Berechnung des größten gemeinsamen Teilers von a und b genau 25 mal selbst aufruft.

```
def gcd(a, b):  
    if b == 0:  
        return a  
    else:  
        return gcd(b, a % b)
```

19. Die Funktion s sei für alle natürlichen Zahlen n definiert als die Summe

$$s(n) = 89 \sum_{i=1}^n \frac{\text{fibonacci}(i)}{10^i}$$

Dabei sei fibonacci die (so in mathGUIde definierte) Fibonacci-Funktion.

Z. B. ist $s(7) = 89 (0,1 + 0,01 + 0,002 + 0,0003 + 0,00005 + 0,000008 + 0,0000013)$

Definieren Sie s mit mathGUIde und berechnen Sie von $s(1)$ bis $s(20)$ mit Hilfe des Menübefehls *Einfügen – Wertetafel*. Welche Vermutung drängt sich auf? (Diese Vermutung wird in einer späteren Übungsaufgabe bestätigt.)

20. Finden Sie zwei ganze Zahlen x und y , so dass $x \cdot 2010 + y \cdot 211 = 1$ (ohne Computerhilfe!)

21. Bestimmen Sie die Primfaktorenzerlegung der Zahl 6471298828125 ohne Computer oder Taschenrechner.

22. Bestimmen Sie alle vierstelligen Zahlen n mit $n \bmod 99 = 7$ und $n \bmod 101 = 11$.