

Blatt 1

1. Beweisen Sie die folgenden logischen Regeln:

(a) $(a \rightarrow b) \wedge \neg b \Rightarrow \neg a$

(b) $(a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow c) \Rightarrow (\neg c \rightarrow \neg a)$

(c) $(a \rightarrow b) \Leftrightarrow (\neg b \rightarrow \neg a)$

(d) $(a \wedge \neg b) \vee c \Leftrightarrow (a \rightarrow b) \rightarrow c$

2. Zeigen Sie, dass es zu jedem aussagenlogische Ausdruck, in dem die Junktoren \neg , \wedge , \vee und \rightarrow vorkommen, einen äquivalenten Ausdruck gibt, in dem nur der Junktor **nand** vorkommt.

3. Prüfen Sie für jede der folgenden verknüpften Aussagen, ob sie

- *allgemeingültig* (für jede Kombination von Wahrheitswerten wahr),
- *erfüllbar* (für mindestens eine Kombination von Wahrheitswerten wahr) oder
- *unerfüllbar* (für keine Kombination von Wahrheitswerten wahr) sind:

(a) $a \wedge (a \vee b) \vee \neg a$

(b) $(a \rightarrow b) \vee (b \rightarrow a)$

(c) $(a \wedge b) \vee \neg a$

(c) $a \wedge (a \vee b) \wedge \neg a$

(d) $(a \wedge (b \vee c \vee d)) \Leftrightarrow ((a \wedge b) \vee (a \wedge c) \vee (a \wedge d))$

4. Lösen Sie die folgende „Logelei“ von Zweistein (aus der ZEIT):

»Meiers werden uns heute Abend besuchen«, kündigt Herr Müller an. »Die ganze Familie, also Herr und Frau Meier nebst ihren drei Söhnen Tim, Kay und Uwe?« fragt Frau Müller bestürzt. Darauf Herr Müller, der keine Gelegenheit vorübergehen lässt, seine Frau zum logischen Denken anzureizen:

»Nein, ich will es dir so erklären:

[1] Wenn Vater Meier kommt, dann bringt er auch seine Frau mit.

[2] Mindestens einer der beiden Söhne Uwe und Kay kommt.

[3] Entweder kommt Frau Meier oder Tim.

[4] Entweder kommen Tim und Kay oder beide nicht.

[5] Und wenn Uwe kommt, dann auch Kay und Herr Meier.

So, jetzt weißt du, wer uns heute abend besuchen wird.«

Hinweis: Definieren Sie Variablen für die fünf Teilaussagen „x kommt“, Schreiben Sie damit die fünf nummerierten Sätze als logische Formeln.